Topologia varietăţilor local conform Kähler

după lucrări în colaborare cu Rosa Gini, Maurizio Parton, Paolo Piccinni, Misha Verbitsky, Victor Vuletescu

27 august 2008

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană. ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană. ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$.
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$.
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$.
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$.
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$.
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$.
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$.
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Cadrul general

- M varietate diferenţiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\mathrm{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, ∇^g=conexiunea Levi Civita.
- Condiţie de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
  - (M, J, g) varietate hermitiană.
  - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2–formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricţii topologice severe la existenţa unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
  - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
  - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}P^n$ şi subvarietăţile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

  $$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
    - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow$ M e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow$ M e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow$ M e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow$ M e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow\ M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

  astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
    - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definiţii

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \to (K, J, \Omega) \to (M, J)$$

astfel încît Γ acţionează prin omotetii olomorfe.
- O pereche (K, Γ) de acest fel se numeşte *prezentare* a lui M.
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
  - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M, nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leqslant r_M \leqslant b_1(M)$ şi $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

Definţie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
  - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
  - $\theta = -\frac{1}{n-1}\delta\omega \circ J$.
  - θ poate fi văzută ca 1−formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Definţie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
  - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
  - $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.
  - θ poate fi văzută ca $1-$formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Definţie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
  - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
  - $\theta = -\frac{1}{n-1}\delta\omega \circ J$.
  - θ poate fi văzută ca 1–formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Definţie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
  - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
  - $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.
  - θ poate fi văzută ca 1–formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Definţie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
  - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
  - $\theta = -\frac{1}{n-1}\delta\omega \circ J$.
  - θ poate fi văzută ca 1–formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Definţie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
    - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
    - $\theta = -\frac{1}{n-1}\delta\omega \circ J$.
    - θ poate fi văzută ca 1–formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Definţie echivalentă

- (M,J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
  - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
  - $\theta = -\frac{1}{n-1}\delta\omega \circ J$.
  - θ poate fi văzută ca 1–formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Defintie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
  - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
  - $\theta = -\frac{1}{n-1}\delta\omega \circ J$.
  - θ poate fi văzută ca 1–formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Definţie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
  - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
  - $\theta = -\frac{1}{n-1}\delta\omega \circ J$.
  - θ poate fi văzută ca 1–formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Definţie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
    - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
    - $\theta = -\frac{1}{n-1}\delta\omega \circ J$.
    - θ poate fi văzută ca 1–formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Definţie echivalentă

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numeşte *forma Lee* .
  - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
  - $\theta = -\frac{1}{n-1}\delta\omega \circ J$.
  - θ poate fi văzută ca 1–formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizînd şirul Serre al fibrării $\Gamma \to K \to M$ obţinem:

$$H_1(K,\mathbb{Z}) \to H_1(M,\mathbb{Z}) \to \Gamma^{ab} \to 1$$

- Aplicăm $\mathrm{Hom}(\cdot,\mathbb{Z})$:

$$0 \to \mathrm{Hom}(\Gamma^{ab},\mathbb{Z}) \to H^1(M,\mathbb{Z}) \to H^1(K,\mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru $\mathbb{R}_{/\mathbb{Z}}$ e plat):

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab},\mathbb{R}) \xrightarrow{i} H^1_{DR}(M) \to H^1_{DR}(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizînd şirul Serre al fibrării $\Gamma \to K \to M$ obţinem:

$$H_1(K,\mathbb{Z}) \to H_1(M,\mathbb{Z}) \to \Gamma^{ab} \to 1$$

- Aplicăm $\mathrm{Hom}(\cdot,\mathbb{Z})$:

$$0 \to \mathrm{Hom}(\Gamma^{ab},\mathbb{Z}) \to H^1(M,\mathbb{Z}) \to H^1(K,\mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru $\mathbb{R}_{/\mathbb{Z}}$ e plat):

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab},\mathbb{R}) \xrightarrow{i} H^1_{DR}(M) \to H^1_{DR}(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizînd şirul Serre al fibrării $\Gamma \to K \to M$ obţinem:

$$H_1(K,\mathbb{Z}) \to H_1(M,\mathbb{Z}) \to \Gamma^{ab} \to 1$$

- Aplicăm $\mathrm{Hom}(\cdot,\mathbb{Z})$:

$$0 \to \mathrm{Hom}(\Gamma^{ab},\mathbb{Z}) \to H^1(M,\mathbb{Z}) \to H^1(K,\mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru $\mathbb{R}_{/\mathbb{Z}}$ e plat):

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab},\mathbb{R}) \xrightarrow{i} H^1_{DR}(M) \to H^1_{DR}(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizînd şirul Serre al fibrării $\Gamma \to K \to M$ obţinem:

$$H_1(K,\mathbb{Z}) \to H_1(M,\mathbb{Z}) \to \Gamma^{ab} \to 1$$

- Aplicăm $\mathrm{Hom}(\cdot,\mathbb{Z})$:

$$0 \to \mathrm{Hom}(\Gamma^{ab},\mathbb{Z}) \to H^1(M,\mathbb{Z}) \to H^1(K,\mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru $\mathbb{R}_{/\mathbb{Z}}$ e plat):

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab},\mathbb{R}) \xrightarrow{i} H^1_{DR}(M) \to H^1_{DR}(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizînd şirul Serre al fibrării $\Gamma \to K \to M$ obţinem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \to H_1(M, \mathbb{Z}) \to \Gamma^{ab} \to 1$$

- Aplicăm $\mathrm{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \to \mathrm{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \to H^1(M, \mathbb{Z}) \to H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru $\mathbb{R}_{/\mathbb{Z}}$ e plat):

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H^1_{DR}(M) \to H^1_{DR}(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizînd şirul Serre al fibrării $\Gamma \to K \to M$ obţinem:

$$H_1(K,\mathbb{Z}) \to H_1(M,\mathbb{Z}) \to \Gamma^{ab} \to 1$$

- Aplicăm $\mathrm{Hom}(\cdot,\mathbb{Z})$:

$$0 \to \mathrm{Hom}(\Gamma^{ab},\mathbb{Z}) \to H^1(M,\mathbb{Z}) \to H^1(K,\mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru $\mathbb{R}_{/\mathbb{Z}}$ e plat):

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab},\mathbb{R}) \xrightarrow{i} H^1_{DR}(M) \to H^1_{DR}(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizînd şirul Serre al fibrării $\Gamma \to K \to M$ obţinem:

$$H_1(K,\mathbb{Z}) \to H_1(M,\mathbb{Z}) \to \Gamma^{ab} \to 1$$

- Aplicăm $\mathrm{Hom}(\cdot,\mathbb{Z})$:

$$0 \to \mathrm{Hom}(\Gamma^{ab},\mathbb{Z}) \to H^1(M,\mathbb{Z}) \to H^1(K,\mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru $\mathbb{R}_{/\mathbb{Z}}$ e plat):

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab},\mathbb{R}) \xrightarrow{i} H^1_{DR}(M) \to H^1_{DR}(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizînd şirul Serre al fibrării $\Gamma \to K \to M$ obţinem:

$$H_1(K,\mathbb{Z}) \to H_1(M,\mathbb{Z}) \to \Gamma^{ab} \to 1$$

- Aplicăm $\mathrm{Hom}(\cdot,\mathbb{Z})$:

$$0 \to \mathrm{Hom}(\Gamma^{ab},\mathbb{Z}) \to H^1(M,\mathbb{Z}) \to H^1(K,\mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru $\mathbb{R}_{/\mathbb{Z}}$ e plat):

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab},\mathbb{R}) \xrightarrow{i} H^1_{DR}(M) \to H^1_{DR}(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizînd şirul Serre al fibrării $\Gamma \to K \to M$ obţinem:

$$H_1(K,\mathbb{Z}) \to H_1(M,\mathbb{Z}) \to \Gamma^{ab} \to 1$$

- Aplicăm $\mathrm{Hom}(\cdot,\mathbb{Z})$:

$$0 \to \mathrm{Hom}(\Gamma^{ab},\mathbb{Z}) \to H^1(M,\mathbb{Z}) \to H^1(K,\mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru $\mathbb{R}_{/\mathbb{Z}}$ e plat):

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab},\mathbb{R}) \xrightarrow{i} H^1_{DR}(M) \to H^1_{DR}(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n,\mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n,\mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n,\mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto \mid \det A \mid^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK şi de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietăţile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numeşte cîmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0,1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0,1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0,1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0,1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0,1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea
$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$
- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0,1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0,1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L.
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secţiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încît $\mid \lambda \mid = 1$ şi considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \to \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (faţă de prezentarea maximală).

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g\theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e câmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp}J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti impare sînt impare.

- LCK $\quad + \quad \nabla^g\theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e câmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} = \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reale) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g\theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp}J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Varietăţi Vaisman

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0.$
- Proprietăţi:
  1. $\theta^\sharp$ e cîmp Killing şi real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
  2. Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu frma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme şi olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acţionează neizometric pe acoperirea Kähler.
  3. Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci $M/\mathcal{F}$ e un orbifold kählerian.
  4. Dacă $\theta^\sharp$ are orbite compacte, atunci $M/\theta^\sharp$ e un orbifold sasakian.
  5. $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potenţial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
  6. Pe varietăţi Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
  1. $\widetilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
  2. N e sasakiană.
  3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Varietăţi Vaisman

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
  1. $\widetilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
  2. N e sasakiană.
  3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
  1. $\tilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
  2. N e sasakiană.
  3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Varietăţi Vaisman

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
  1. $\widetilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
  2. N e sasakiană.
  3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Varietăţi Vaisman

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:

  1. $\widetilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
  2. N e sasakiană.
  3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x,t) \mapsto (\lambda(x), t+q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Varietăţi Vaisman

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
  1. $\widetilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
  2. N e sasakiană.
  3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Varietăţi Vaisman

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
    1. $\widetilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
    2. N e sasakiană.
    3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Varietăţi Vaisman

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
  1. $\widetilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
  2. N e sasakiană.
  3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Varietăţi Vaisman

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
  1. $\widetilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
  2. N e sasakiană.
  3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu $\mathbb{Z}$.
- Varietăţile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
  1. $\widetilde{M}$ e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
  2. N e sasakiană.
  3. Γ e izomorf cu $\mathbb{Z}$, generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \mathrm{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A \rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi
      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|} C$$
      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A \rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi

      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$

      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A \rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A\rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi

      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$

      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i|\partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A\rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi
      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$
      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i|\partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A \rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi
      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$
      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i|\partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A\rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi

      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$

      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i|\partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A\rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi
      $$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$
      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i|\partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi

      $$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$

      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^* \varphi = C^{-1} \varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A\rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi
      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$
      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A\rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi

      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$

      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i|\partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi

      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$

      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^* \varphi = C^{-1} \varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A \rangle$ unde $A = \operatorname{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi
      $$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$
      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^* \varphi = C^{-1} \varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A\rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi

      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$

      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi Vaisman

- Varietăţi Hopf diagonale (generalizări ale suprafeţelor Hopf de rang 1):
  $H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0/\langle A\rangle$ unde $A = \mathrm{diag}(\alpha_i)$ cu
  - Structura complexă: proiecţie a celei standard de pe $\mathbb{C}^n$.
  - Metrica LCK construită astfel:
    - Fie $C > 1$ o constantă şi
      $$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|^{-1}} C$$
      un potenţial pe $\mathbb{C}^n$.
    - Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
  - Aşadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\overline{\partial}\varphi$ e kähleriană şi $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
  - Cîmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log|\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafeţe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăţi LCK non Vaisman

- Unele suprafeţe Inoue (Tricerri, Belgun) şi generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafeţe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăţi Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

Exemple de varietăţi LCK non Vaisman

- Unele suprafeţe Inoue (Tricerri, Belgun) şi generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafeţe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăţi Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

Exemple de varietăţi LCK non Vaisman

- Unele suprafeţe Inoue (Tricerri, Belgun) şi generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafeţe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăţi Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

Exemple de varietăţi LCK non Vaisman

- Unele suprafeţe Inoue (Tricerri, Belgun) şi generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafeţe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăţi Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

Exemple de varietăţi LCK non Vaisman

- Unele suprafeţe Inoue (Tricerri, Belgun) şi generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafeţe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăţi Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

Exemple de varietăţi LCK non Vaisman

- Unele suprafeţe Inoue (Tricerri, Belgun) şi generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafeţe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăţi Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

Exemple de varietăţi LCK non Vaisman

- Unele suprafeţe Inoue (Tricerri, Belgun) şi generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafeţe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăţi Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

Exemple de varietăţi LCK non Vaisman

- Unele suprafeţe Inoue (Tricerri, Belgun) şi generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafeţe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăţi Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

Exemple de varietăţi LCK non Vaisman

- Unele suprafeţe Inoue (Tricerri, Belgun) şi generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafeţe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăţi Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

Varietăţi LCK cu potenţial

- (M,J) e *LCK cu potenţial* dacă admite o acoperire Kähler $(\widetilde{M},\Omega)$ cu potenţial global $\varphi:\ \widetilde{M}\to\mathbb{R}_+$ care satisface condiţiile:
  1. φ e aplicaţie proprie (i.e. are mulţimi de nivel compacte).
  2. Aplicaţia de monodromie τ acţionează asupra lui φ prin înmulţire cu o constantă: $\tau(\varphi)=const\cdot\varphi$.
- Pe varietăţi compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu $\mathbb{Z}$ (condiţie satisfăcută pe varietăţi Vaisman compacte).
- Toate varietăţile Vaisman sînt LCK cu potenţial, dar nu invers.

Varietăţi LCK cu potenţial

- (M, J) e *LCK cu potenţial* dacă admite o acoperire Kähler $(\widetilde{M}, \Omega)$ cu potenţial global $\varphi : \widetilde{M} \to \mathbb{R}_+$ care satisface condiţiile:
  1. φ e aplicaţie proprie (i.e. are mulţimi de nivel compacte).
  2. Aplicaţia de monodromie τ acţionează asupra lui φ prin înmulţire cu o constantă: $\tau(\varphi) = const \cdot \varphi$.
- Pe varietăţi compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu $\mathbb{Z}$ (condiţie satisfăcută pe varietăţi Vaisman compacte).
- Toate varietăţile Vaisman sînt LCK cu potenţial, dar nu invers.

Varietăţi LCK cu potenţial

- (M, J) e *LCK cu potenţial* dacă admite o acoperire Kähler $(\widetilde{M}, \Omega)$ cu potenţial global $\varphi : \widetilde{M} \to \mathbb{R}_+$ care satisface condiţiile:
  1. φ e aplicaţie proprie (i.e. are mulţimi de nivel compacte).
  2. Aplicaţia de monodromie τ acţionează asupra lui φ prin înmulţire cu o constantă: $\tau(\varphi) = const \cdot \varphi$.
- Pe varietăţi compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu $\mathbb{Z}$ (condiţie satisfăcută pe varietăţi Vaisman compacte).
- Toate varietăţile Vaisman sînt LCK cu potenţial, dar nu invers.

Varietăţi LCK cu potenţial

- (M, J) e *LCK cu potenţial* dacă admite o acoperire Kähler $(\widetilde{M}, \Omega)$ cu potenţial global $\varphi : \widetilde{M} \to \mathbb{R}_+$ care satisface condiţiile:
  1. φ e aplicaţie proprie (i.e. are mulţimi de nivel compacte).
  2. Aplicaţia de monodromie τ acţionează asupra lui φ prin înmulţire cu o constantă: $\tau(\varphi) = const \cdot \varphi$.
- Pe varietăţi compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu $\mathbb{Z}$ (condiţie satisfăcută pe varietăţi Vaisman compacte).
- Toate varietăţile Vaisman sînt LCK cu potenţial, dar nu invers.

Varietăţi LCK cu potenţial

- (M, J) e *LCK cu potenţial* dacă admite o acoperire Kähler $(\widetilde{M}, \Omega)$ cu potenţial global $\varphi : \widetilde{M} \to \mathbb{R}_+$ care satisface condiţiile:
  1. φ e aplicaţie proprie (i.e. are mulţimi de nivel compacte).
  2. Aplicaţia de monodromie τ acţionează asupra lui φ prin înmulţire cu o constantă: $\tau(\varphi) = const \cdot \varphi$.
- Pe varietăţi compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu $\mathbb{Z}$ (condiţie satisfăcută pe varietăţi Vaisman compacte).
- Toate varietăţile Vaisman sînt LCK cu potenţial, dar nu invers.

Varietăţi LCK cu potenţial

- (M, J) e *LCK cu potenţial* dacă admite o acoperire Kähler $(\widetilde{M}, \Omega)$ cu potenţial global $\varphi : \widetilde{M} \to \mathbb{R}_+$ care satisface condiţiile:
  1. φ e aplicaţie proprie (i.e. are mulţimi de nivel compacte).
  2. Aplicaţia de monodromie τ acţionează asupra lui φ prin înmulţire cu o constantă: $\tau(\varphi) = const \cdot \varphi$.
- Pe varietăţi compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu $\mathbb{Z}$ (condiţie satisfăcută pe varietăţi Vaisman compacte).
- Toate varietăţile Vaisman sînt LCK cu potenţial, dar nu invers.

Varietăţi LCK cu potenţial

- (M, J) e *LCK cu potenţial* dacă admite o acoperire Kähler $(\widetilde{M}, \Omega)$ cu potenţial global $\varphi : \widetilde{M} \to \mathbb{R}_+$ care satisface condiţiile:
    1. φ e aplicaţie proprie (i.e. are mulţimi de nivel compacte).
    2. Aplicaţia de monodromie τ acţionează asupra lui φ prin înmulţire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \mathit{const} \cdot \varphi$.
- Pe varietăţi compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu $\mathbb{Z}$ (condiţie satisfăcută pe varietăţi Vaisman compacte).
- Toate varietăţile Vaisman sînt LCK cu potenţial, dar nu invers.

Varietăţi LCK cu potenţial

- (M, J) e *LCK cu potenţial* dacă admite o acoperire Kähler $(\widetilde{M}, \Omega)$ cu potenţial global $\varphi : \widetilde{M} \to \mathbb{R}_+$ care satisface condiţiile:
  1. φ e aplicaţie proprie (i.e. are mulţimi de nivel compacte).
  2. Aplicaţia de monodromie τ acţionează asupra lui φ prin înmulţire cu o constantă: $\tau(\varphi) = const \cdot \varphi$.
- Pe varietăţi compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu $\mathbb{Z}$ (condiţie satisfăcută pe varietăţi Vaisman compacte).
- Toate varietăţile Vaisman sînt LCK cu potenţial, dar nu invers.

Varietăţi LCK cu potenţial

- (M, J) e *LCK cu potenţial* dacă admite o acoperire Kähler $(\widetilde{M}, \Omega)$ cu potenţial global $\varphi : \ \widetilde{M} \to \mathbb{R}_+$ care satisface condiţiile:
  1. φ e aplicaţie proprie (i.e. are mulţimi de nivel compacte).
  2. Aplicaţia de monodromie τ acţionează asupra lui φ prin înmulţire cu o constantă: $\tau(\varphi) = const \cdot \varphi$.
- Pe varietăţi compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu $\mathbb{Z}$ (condiţie satisfăcută pe varietăţi Vaisman compacte).
- Toate varietăţile Vaisman sînt LCK cu potenţial, dar nu invers.

Proprietăţi

- Clasa varietăţilor LCK cu potenţial, compacte, e stabilă la mici deformări.
  - În consecinţă: varietăţile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potenţial. E o generalizare a suprafeţelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potenţial, compactă, de dimensiune $\leqslant 3$, admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf.
  - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf diagonală.

Proprietăţi

- Clasa varietăţilor LCK cu potenţial, compacte, e stabilă la mici deformări.
  - În consecinţă: varietăţile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potenţial. E o generalizare a suprafeţelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potenţial, compactă, de dimensiune $\leqslant 3$, admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf.
  - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf diagonală.

LCK cu potenţial

Proprietăţi

- Clasa varietăţilor LCK cu potenţial, compacte, e stabilă la mici deformări.
  - În consecinţă: varietăţile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potenţial. E o generalizare a suprafeţelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potenţial, compactă, de dimensiune $\leqslant 3$, admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf.
  - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf diagonală.

LCK cu potenţial

Proprietăţi

- Clasa varietăţilor LCK cu potenţial, compacte, e stabilă la mici deformări.
  - În consecinţă: varietăţile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potenţial. E o generalizare a suprafeţelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potenţial, compactă, de dimensiune $\leqslant 3$, admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf.
  - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf diagonală.

LCK cu potenţial

Proprietăţi

- Clasa varietăţilor LCK cu potenţial, compacte, e stabilă la mici deformări.
    - În consecinţă: varietăţile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potenţial. E o generalizare a suprafeţelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potenţial, compactă, de dimensiune $\leqslant 3$, admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf.
    - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf diagonală.

Proprietăţi

- Clasa varietăţilor LCK cu potenţial, compacte, e stabilă la mici deformări.
  - În consecinţă: varietăţile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potenţial. E o generalizare a suprafeţelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potenţial, compactă, de dimensiune $\leqslant 3$, admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf.
  - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf diagonală.

LCK cu potenţial

Proprietăţi

- Clasa varietăţilor LCK cu potenţial, compacte, e stabilă la mici deformări.
  - În consecinţă: varietăţile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potenţial. E o generalizare a suprafeţelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potenţial, compactă, de dimensiune $\leqslant 3$, admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf.
  - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf diagonală.

Proprietăţi

- Clasa varietăţilor LCK cu potenţial, compacte, e stabilă la mici deformări.
    - În consecinţă: varietăţile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potenţial. E o generalizare a suprafeţelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potenţial, compactă, de dimensiune $\leqslant 3$, admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf.
    - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într–o varietate Hopf diagonală.

Coomologie Morse–Novikov pe varietăţi LCK

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H^*_\theta(M)$.
  - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson şi Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
  $[\omega] \in H^2_\theta(M)$ se numeşte *clasa Morse–Novikov*.
  - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

Coomologie Morse–Novikov pe varietăţi LCK

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
  - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson şi Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta \omega = 0$.
  $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numeşte *clasa Morse–Novikov*.
  - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H^*_\theta(M)$.
  - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson şi Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
  $[\omega] \in H^2_\theta(M)$ se numeşte *clasa Morse–Novikov*.
  - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

Coomologie Morse–Novikov pe varietăţi LCK

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H^*_\theta(M)$.
    - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson şi Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
  $[\omega] \in H^2_\theta(M)$ se numeşte *clasa Morse–Novikov*.
    - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

Coomologie Morse–Novikov pe varietăţi LCK

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
  - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson şi Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
  $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numeşte *clasa Morse–Novikov*.
  - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

Coomologie Morse–Novikov pe varietăţi LCK

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
    - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson şi Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta \omega = 0$.
  $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numeşte *clasa Morse–Novikov*.
    - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

Coomologie Morse–Novikov pe varietăţi LCK

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
  - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson şi Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta \omega = 0$.
  $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numeşte *clasa Morse–Novikov*.
  - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

Coomologie Morse–Novikov pe varietăţi LCK

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
  - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson şi Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta \omega = 0$.
  $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numeşte *clasa Morse–Novikov*.
  - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H^*_\theta(M)$.
  - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson şi Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta \omega = 0$.
  $[\omega] \in H^2_\theta(M)$ se numeşte *clasa Morse–Novikov*.
  - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman

- Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman compacte e banală.
  - Consecinţă a Teoremei de structură.
  - Fusese deja demonstrat pentru varietăţi local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăţi LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafeţe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăţi Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anulează. Mai precis:

Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman

- Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman compacte e banală.
  - Consecinţă a Teoremei de structură.
  - Fusese deja demonstrat pentru varietăţi local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăţi LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafeţe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăţi Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman

- Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman compacte e banală.
  - Consecinţă a Teoremei de structură.
  - Fusese deja demonstrat pentru varietăţi local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăţi LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafeţe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăţi Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman

- Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman compacte e banală.
  - Consecinţă a Teoremei de structură.
  - Fusese deja demonstrat pentru varietăţi local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăţi LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafeţe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăţi Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman

- Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman compacte e banală.
  - Consecinţă a Teoremei de structură.
  - Fusese deja demonstrat pentru varietăţi local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăţi LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafeţe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăţi Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman

- Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman compacte e banală.
  - Consecinţă a Teoremei de structură.
  - Fusese deja demonstrat pentru varietăţi local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăţi LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafeţe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăţi Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anulează. Mai precis:

Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman

- Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman compacte e banală.
  - Consecinţă a Teoremei de structură.
  - Fusese deja demonstrat pentru varietăţi local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăţi LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafeţe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăţi Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anulează. Mai precis:

Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman

- Coomologia Morse–Novikov a varietăţilor Vaisman compacte e banală.
    - Consecinţă a Teoremei de structură.
    - Fusese deja demonstrat pentru varietăţi local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăţi LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafeţe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăţi Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

Teorema 1

Fie M o varietate Vaisman compactă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, ω_1 o formă LCK (nu neapărat Vaisman) şi θ_1 forma sa Lee.
Atunci θ_1 e coomoloagă cu forma Lee a unei metrici Vaisman şi clasa Morse–Novikov a lui ω_1 e nulă.

Coomologie Bott–Chern pe varietăţi complexe

- Principala problemă pe varietăţi non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\overline{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\overline{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \bigcap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\overline{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\mathrm{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

- Pe varietăţi compacte, $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M) \simeq H^{p,q}_{\overline{\partial}}(M) \Longleftrightarrow$ lema $\partial\overline{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăţi complexe

- Principala problemă pe varietăţi non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\overline{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\overline{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \bigcap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\overline{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\mathrm{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

- Pe varietăţi compacte, $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M) \simeq H^{p,q}_{\overline{\partial}}(M) \Longleftrightarrow$ lema $\partial\overline{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăţi complexe

- Principala problemă pe varietăţi non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\overline{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\overline{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \bigcap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\overline{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\operatorname{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

- Pe varietăţi compacte, $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M) \simeq H^{p,q}_{\overline{\partial}}(M) \Longleftrightarrow$ lema $\partial\overline{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăţi complexe

- Principala problemă pe varietăţi non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\overline{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\overline{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \bigcap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\overline{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\operatorname{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

- Pe varietăţi compacte, $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M) \cong H^{p,q}_{\overline{\partial}}(M) \Longleftrightarrow$ lema $\partial\overline{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăţi complexe

- Principala problemă pe varietăţi non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\overline{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\overline{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \bigcap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\overline{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\operatorname{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

- Pe varietăţi compacte, $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M) \cong H^{p,q}_{\overline{\partial}}(M) \Longleftrightarrow$ lema $\partial\overline{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăţi complexe

- Principala problemă pe varietăţi non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\overline{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\overline{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \bigcap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\overline{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\mathrm{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

- Pe varietăţi compacte, $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M) \cong H^{p,q}_{\overline{\partial}}(M) \iff$ lema $\partial\overline{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăţi complexe

- Principala problemă pe varietăţi non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\overline{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\overline{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \bigcap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\overline{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\operatorname{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\overline{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

  - Pe varietăţi compacte, $H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M) \cong H^{p,q}_{\overline{\partial}}(M) \Longleftrightarrow$ lema $\partial\overline{\partial}$ globală.

Coomologia Bott–Chern pe varietăţi LCK

- Acelaşi complex, dar pentru d_θ:

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H^{p,q}_{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta}(M) \cong H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M,L)$.
- $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M,L)$ se numeşte clasă Bott–Chern.

Coomologia Bott–Chern pe varietăţi LCK

- Acelaşi complex, dar pentru d_θ:

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\oplus\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H^{p,q}_{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta}(M) \cong H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M,L)$.
- $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M,L)$ se numeşte clasă Bott–Chern.

Coomologia Bott–Chern pe varietăţi LCK

- Acelaşi complex, dar pentru d_θ:

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\oplus\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H^{p,q}_{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta}(M) \cong H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M, L)$.

- $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M, L)$ se numeşte clasă Bott–Chern.

Coomologia Bott–Chern pe varietăţi LCK

- Acelaşi complex, dar pentru d_θ:

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\oplus\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H^{p,q}_{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta}(M) \cong H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M, L)$.
- $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M, L)$ se numeşte clasă Bott–Chern.

Coomologia Bott–Chern pe varietăţi LCK

- Acelaşi complex, dar pentru d_θ:

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H^{p,q}_{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta}(M) \cong H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M, L)$.
- $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M, L)$ se numeşte clasă Bott–Chern.

Coomologia Bott–Chern pe varietăţi LCK

- Acelaşi complex, dar pentru d_θ:

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\oplus\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H^{p,q}_{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta}(M) \cong H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M,L)$.
- $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M,L)$ se numeşte clasă Bott–Chern.

Coomologia Bott–Chern pe varietăţi LCK

- Acelaşi complex, dar pentru d_θ:

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \overline{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H^{p,q}_{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta}(M) \cong H^{p,q}_{\partial\overline{\partial}}(M, L)$.
- $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M, L)$ se numeşte clasă Bott–Chern.

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\tilde\omega_1 - \tilde\omega_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorfă).

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\tilde\omega_1 - \tilde\omega_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorf).

Semnificaţia clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\tilde\omega_1 - \tilde\omega_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificaţia clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\tilde\omega_1 - \tilde\omega_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificaţia clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\tilde\omega_1 - \tilde\omega_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificaţia clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\tilde\omega_1 - \tilde\omega_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorf).

Semnificaţia clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\widetilde{\omega}_1 - \widetilde{\omega}_2 = \partial\overline{\partial}\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificaţia clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînnă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\widetilde{\omega}_1 - \widetilde{\omega}_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificaţia clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînnă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\widetilde{\omega}_1 - \widetilde{\omega}_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificaţia clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînnă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\widetilde{\omega}_1 - \widetilde{\omega}_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificaţia clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) \Leftrightarrow \widetilde{M}$ admite un potenţial *automorf*.
  - $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ şi a lui $H^2_\theta(M)$ (mai uşor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăţi LCK M se anulează şi monodromia lui L e $\mathbb{Z}$, atunci M e LCK cu potenţial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeaşi formă Lee θ, atunci următoarele condiţii sînt echivalente:
  1. Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
  2. Structurile LCK ω_1 şi ω_2 sînt echivalente pînnă la potenţial (pe acoperirea Kähler, $\widetilde{\omega}_1 - \widetilde{\omega}_2 = \partial\bar\partial\varphi$ cu φ automorfă).

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:

- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/const$.
- Structurile LCK pe o varietate complexă cu *structură conformă fixată* sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const}$.
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:

Spaţiul structurilor LCK

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const}$.

- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const}$.

- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $C^\infty(M)/\mathrm{const}$.

- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $C^\infty(M)/\mathrm{const.}$

- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(M)/\mathrm{const}$.

- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(M)/\text{const}$.
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
  1. o clasă Bott–Chern în $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L)$;
  2. alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(\tilde{M})_\chi/\ker(\partial\bar\partial)$.

Spaţiul structurilor LCK

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(M)/\mathrm{const}$.

- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
  1. o clasă Bott–Chern în $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L)$;
  2. alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(\tilde{M})_\chi / \ker(\partial\bar\partial)$

Spaţiul structurilor LCK

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(M)/\text{const}$.

- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
  1. o clasă Bott–Chern în $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L)$;
  2. alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(\widetilde{M})_\chi/\ker(\partial\bar\partial)$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(M)/\mathrm{const}$.
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
  1. o clasă Bott–Chern în $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M, L)$;
  2. alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(\tilde{M})_\chi / \ker(\partial\bar\partial)$

Spaţiul structurilor LCK

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(M)/\mathrm{const}$.

- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
  1. o clasă Bott–Chern în $H^{1,1}_{\partial\bar\partial}(M,L)$;
  2. alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(\tilde{M})_\chi/\ker(\partial\bar\partial)$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
  1. o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
  2. alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(M)/\text{const}$.
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
  1. o clasă Bott–Chern în $H^{1,1}_{\partial\overline{\partial}}(M, L)$;
  2. alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obţinută alegînd un element într–un con modelat local pe $\mathcal{C}^\infty(\widetilde{M})_\chi / \ker(\partial\overline{\partial})$

Semnificaţia clasei Bott–Chern: rezultatul principal

Teorema 2

Orice varietate LCK compactă cu clasă Bott–Chern nulă admite o metrică LCK cu potenţial.

Deci, dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci M se scufundă într–o varietate Hopf.

- Conjectură (ţinînt cont şi de Teorema 1): Fie M o varietate Vaisman pe care există şi o altă formă LCK ω_1 (nu neapărat Vaisman). Atunci clasa Bott–Chern a lui ω_1 e nulă. Echivalent, ω_1 e o structură LCK cu potenţial.

Semnificaţia clasei Bott–Chern: rezultatul principal

Teorema 2

Orice varietate LCK compactă cu clasă Bott–Chern nulă admite o metrică LCK cu potenţial.

Deci, dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geqslant 3$, atunci M se scufundă într–o varietate Hopf.

- Conjectură (ţinînt cont şi de Teorema 1): Fie M o varietate Vaisman pe care există şi o altă formă LCK ω_1 (nu neapărat Vaisman). Atunci clasa Bott–Chern a lui ω_1 e nulă. Echivalent, ω_1 e o structură LCK cu potenţial.

Probleme deschise

- **Problema 1**
  Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2–formă hermitiană ω cu forma Lee θ, şi toate clasele Morse –Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- **Problema 2**
  Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK şi $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulţimea claselor $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial_\theta \overline{\partial}_\theta}(M)$ astfel încît $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- **Problema 3**
  Există o lemă $\partial_\theta \overline{\partial}_\theta$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?

Probleme deschise

- **Problema 1**
  Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2–formă hermitiană ω cu forma Lee θ, şi toate clasele Morse –Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- **Problema 2**
  Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK şi $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulţimea claselor $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial_\theta \overline{\partial}_\theta}(M)$ astfel încît $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- **Problema 3**
  Există o lemă $\partial_\theta \overline{\partial}_\theta$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?

Probleme deschise

- **Problema 1**
  Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2–formă hermitiană ω cu forma Lee θ, şi toate clasele Morse –Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- **Problema 2**
  Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK şi $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulţimea claselor $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial_\theta \overline{\partial}_\theta}(M)$ astfel încît $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- **Problema 3**
  Există o lemă $\partial_\theta \overline{\partial}_\theta$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?

Probleme deschise

- **Problema 1**
  Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2–formă hermitiană ω cu forma Lee θ, şi toate clasele Morse –Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- **Problema 2**
  Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK şi $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulţimea claselor $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial_\theta \overline{\partial}_\theta}(M)$ astfel încît $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- **Problema 3**
  Există o lemă $\partial_\theta \overline{\partial}_\theta$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?

Probleme deschise

- **Problema 1**
  Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2–formă hermitiană ω cu forma Lee θ, şi toate clasele Morse –Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- **Problema 2**
  Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK şi $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulţimea claselor $[\omega] \in H^{1,1}_{\partial_\theta\overline{\partial}_\theta}(M)$ astfel încît $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- **Problema 3**
  Există o lemă $\partial_\theta\overline{\partial}_\theta$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?