

Topologia varietăților local conform Kähler

după lucrări în colaborare cu Rosa Gini, Maurizio Parton, Paolo Piccinni, Misha Verbitsky, Victor Vuletescu

27 august 2008

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
- (M, J, g) varietate hermitiană.
- $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\int_M \omega^n > 0$ și $\int_M \omega^k = 0$ pentru $k < n$.
 - $\int_M \omega^n = 4\pi^2 \int_M c_2$ unde c_2 este clasa de Euler.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
- (M, J, g) varietate hermitiană.
- $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\int_M \omega^n > 0$ și $\int_M \omega^k = 0$ pentru $k < n$.
 - $\int_M \omega^n = 4\pi^2 \int_M c_2$ unde c_2 este clasa de Euler.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
- (M, J, g) este o varietate hermitiană.
- $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\int_M \omega^n > 0$
 - $\int_M \omega^k = 0$ $\forall k < n$
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
- (M, J, g) este o varietate hermitiană.
- $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\int_M \omega^n > 0$
 - $\int_M \omega^k = 0$ $\forall k < n$
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
- (M, J, g) este o varietate hermitiană.
- $\omega(X, Y) = g(JX, Y) = -g(X, JY)$.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\int_M \omega^n > 0$
 - $\int_M c_2 \leq \int_M \omega^2$
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
- (M, J, g) este o varietate riemanniană complexă dacă și numai dacă $\nabla^g J = 0$.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\int_M \omega^n > 0$
 - $\int_M c_2 \geq \int_M \omega^2$
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\chi(M) = 0$ și $\int_M \omega^n > 0$.
 - $\int_M \omega^n = 2^n \int_M \omega \wedge \dots \wedge \omega$.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
 - (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
 - Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\int_M \omega^n > 0$ și $\int_M c_2 > 0$.
 - $\int_M \omega^n = 2^n \int_M \omega^n$ și $\int_M c_2 = 2^n \int_M c_2$.
 - \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
 - $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
 - (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
 - Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\int_M \omega^n > 0$ și $\int_M c_2 > 0$.
 - $\int_M \omega^n = 2^n \int_M \omega^n$ și $\int_M c_2 = 2^n \int_M c_2$.
 - \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
 - $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $\mathbb{C}P^n$ este Kähler.
 - S^2 este Kähler.
 - S^4 nu este Kähler.
 - S^6 nu este Kähler.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
 - $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
 - $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $b_{2k+1}(M) = 0$,
 - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $b_{2k+1}(M) = 0$,
 - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $b_{2k+1}(M) = 0$,
 - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $b_{2k+1}(M) = 0$,
 - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $b_{2k+1}(M) = 0$,
 - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $b_{2k+1}(M) = 0$,
 - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $b_{2k+1}(M) = 0$,
 - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- M varietate diferențiabilă, netedă, conexă. $\dim M = 2n$.
- $J \in \Gamma(\text{End}(TM))$, $J^2 = -Id$, structură complexă.
- g metrică riemanniană, $\nabla^g =$ conexiunea Levi Civita.
- Condiție de compatibilitate: $g(JX, JY) = g(X, Y)$.
 - (M, J, g) varietate hermitiană.
 - $\omega(X, Y) = g(JX, Y)$ e o 2-formă.
- (M, J, g) e Kähler dacă $d\omega = 0$.
- Restricții topologice severe la existența unei structuri Kähler pe o varietate compactă:
 - $b_{2k+1}(M) = 2p$,
 - $b_{2k}(M) \neq 0$ etc.
- \mathbb{C}^n , $\mathbb{C}P^n$ și subvarietățile lor complexe sînt Kähler.
- $S^m \times S^{2n+1}$ nu e Kähler.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
- χ este omomorfismul χ prin χ grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
- χ este omomorfismul χ prin Γ grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
- Pentru orice Ω prin Γ grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
- Pentru orice Ω prin χ grupul fundamental poate acționa pe (K, J) .
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\sigma^2 \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
- χ este un caracter \mathbb{Q} -prin grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\sigma^2 \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
- Pentru orice Ω există un grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).

- Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).

- Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
 - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
 - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
 - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M \in \text{GCK}$.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
 - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_M = 0 \Leftrightarrow M \in \text{GCK}$.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
 - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
 - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) varietate complexă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 2$, conexă.
- (M, J) e LCK dacă admite o acoperire Kähler

$$\Gamma \rightarrow (K, J, \Omega) \rightarrow (M, J)$$

astfel încât Γ acționează prin omotetii olomorfe.

- O pereche (K, Γ) de acest fel se numește *prezentare* a lui M .
- E definit un caracter $\chi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^* \Omega}{\Omega}$ (asociază factorul de scală).
 - Nu orice G poate fi grup fundamental pentru o varietate LCK.
- Rangul r_M al grupului abelian liber $\chi(\Gamma)$ depinde numai de M , nu de prezentarea aleasă.
- $0 \leq r_M \leq b_1(M)$ și $r_m = 0 \Leftrightarrow M$ e GCK.

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.

• Dacă $\dim M = 1$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega = 0 = d\omega$.

• $d\theta = 0 \Leftrightarrow \theta$ este o 1-formă închisă.

• Dacă $\dim M = 2$, atunci $d\theta$ este o 2-formă de volumen pozitivă sau nulă.

• (Lee, 1997)

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.

• Dacă $\dim M = 1$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega = 0 = d\omega$.

• $d\theta = 0 \Leftrightarrow \theta \in \mathcal{L}^1(M)$.

• Dacă $\dim M = 2$, atunci θ este o formă de contact pe spațiul complex M .

• (Lee, 1998)

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.

- Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
- $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.
- θ poate fi văzută ca 1-formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.

- Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
- $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.
- θ poate fi văzută ca 1-formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.

- Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.

- $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.

- θ poate fi văzută ca 1-formă de torsion pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.

- Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.

- $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.

- θ poate fi văzută ca 1-formă de torsion pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.

- Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.

- $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.

- θ poate fi văzută ca 1-formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.

- Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.

- $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.

- θ poate fi văzută ca 1-formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee* .
 - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
 - $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.
 - θ poate fi văzută ca 1-formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.
 - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
 - $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.
 - θ poate fi văzută ca 1-formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

- (M, J) admite o metrică hermitiană ω pe M cu proprietatea

$$d\omega = \theta \wedge \omega, \quad d\theta = 0$$

- θ se numește *forma Lee*.
 - Dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci $d\omega = \theta \wedge \omega \Rightarrow d\theta = 0$.
 - $\theta = -\frac{1}{n-1} \delta\omega \circ J$.
 - θ poate fi văzută ca 1-formă de torsiune pentru conexiunea Chern (P. Gauduchon).

- Abelianizând șirul Serre al fibrării $\Gamma \rightarrow K \rightarrow M$ obținem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \Gamma^{ab} \rightarrow 1$$

- Aplicăm $\text{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru \mathbb{R}/\mathbb{Z} e plat):

$$0 \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H_{DR}^1(M) \rightarrow H_{DR}^1(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

- Abelianizând șirul Serre al fibrării $\Gamma \rightarrow K \rightarrow M$ obținem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \Gamma^{ab} \rightarrow 1$$

- Aplicăm $\text{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru \mathbb{R}/\mathbb{Z} e plat):

$$0 \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H_{DR}^1(M) \rightarrow H_{DR}^1(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

Forma Lee în limbaj de prezentări

- Abelianizând șirul Serre al fibrării $\Gamma \rightarrow K \rightarrow M$ obținem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \Gamma^{ab} \rightarrow 1$$

- Aplicăm $\text{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru \mathbb{R}/\mathbb{Z} e plat):

$$0 \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H_{DR}^1(M) \rightarrow H_{DR}^1(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

- Abelianizând șirul Serre al fibrării $\Gamma \rightarrow K \rightarrow M$ obținem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \Gamma^{ab} \rightarrow 1$$

- Aplicăm $\text{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru \mathbb{R}/\mathbb{Z} e plat):

$$0 \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H_{DR}^1(M) \rightarrow H_{DR}^1(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

- Abelianizînd șirul Serre al fibrării $\Gamma \rightarrow K \rightarrow M$ obținem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \Gamma^{ab} \rightarrow 1$$

- Aplicăm $\text{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru \mathbb{R}/\mathbb{Z} e plat):

$$0 \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H_{DR}^1(M) \rightarrow H_{DR}^1(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

- Abelianizând șirul Serre al fibrării $\Gamma \rightarrow K \rightarrow M$ obținem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \Gamma^{ab} \rightarrow 1$$

- Aplicăm $\text{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru \mathbb{R}/\mathbb{Z} e plat):

$$0 \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H_{DR}^1(M) \rightarrow H_{DR}^1(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

- Abelianizând șirul Serre al fibrării $\Gamma \rightarrow K \rightarrow M$ obținem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \Gamma^{ab} \rightarrow 1$$

- Aplicăm $\text{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru \mathbb{R}/\mathbb{Z} e plat):

$$0 \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H_{DR}^1(M) \rightarrow H_{DR}^1(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

- Abelianizând șirul Serre al fibrării $\Gamma \rightarrow K \rightarrow M$ obținem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \Gamma^{ab} \rightarrow 1$$

- Aplicăm $\text{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru \mathbb{R}/\mathbb{Z} e plat):

$$0 \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H_{DR}^1(M) \rightarrow H_{DR}^1(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

- Abelianizând șirul Serre al fibrării $\Gamma \rightarrow K \rightarrow M$ obținem:

$$H_1(K, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \Gamma^{ab} \rightarrow 1$$

- Aplicăm $\text{Hom}(\cdot, \mathbb{Z})$:

$$0 \rightarrow \text{Hom}(\Gamma^{ab}, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(M, \mathbb{Z}) \rightarrow H^1(K, \mathbb{Z})$$

- Tensorizăm cu $\otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ (exactitatea se păstrează pentru \mathbb{R}/\mathbb{Z} e plat):

$$0 \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\Gamma^{ab}, \mathbb{R}) \xrightarrow{i} H_{DR}^1(M) \rightarrow H_{DR}^1(K)$$

- Avem $i(\chi) = [\theta]$.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}} .$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
 - ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
 - Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
 - $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
 - ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
 - Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
 - $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile:
 $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile:
 $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile:
 $\nabla J = 0, \nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile:
 $\nabla J = 0, \nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$\mathrm{GL}(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

- Fibrat real în drepte $L_{\mathbb{R}} \longrightarrow M$ asociat reprezentării

$$GL(2n, \mathbb{R}) \ni A \mapsto |\det A|^{\frac{1}{n}}.$$

- Forma Lee induce o conexiune $\nabla = d - \theta$ în $L_{\mathbb{R}}$.
- ∇ e asociată derivării covariante Weyl determinate pe M de metrica LCK și de forma Lee.
- Derivata covariantă Weyl e definită în mod unic de proprietățile: $\nabla J = 0$, $\nabla g = \theta \otimes g$; în acest context, θ se numește câmp Higgs.
- $d\theta = 0$ implică $\nabla^2 = d\theta = 0$, deci $L_{\mathbb{R}}$ e plat.

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
 - Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
 - Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
 - Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
 - Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
 - Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
 - Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
 - Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
 - Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
 - Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
 - Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\chi^*\Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{2^{\alpha} \Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{2^{\alpha} \Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{2^{\alpha} \Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

Fibratul ponderilor complexificat

- Fie $L = L_{\mathbb{R}} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- Conexiunea Weyl se extinde în mod natural la L .
- Partea ei de tip $(0, 1)$ induce pe L o structură olomorfă.
- Cum L e plat, alegem o secțiune nedegenerată λ cu proprietatea

$$\nabla(\lambda) = \lambda \otimes (-\theta).$$

- Alegem o structură hermitiană pe L astfel încât $|\lambda| = 1$ și considerăm conexiunea Chern asociată.
- Curbura acestei conexiuni Chern este $-2\sqrt{-1}d^c\theta$.
- L determină un sistem local pe M asociat caracterului $\chi : \pi_1(M) \rightarrow \mathbb{R}^{>0}$, $\chi(\gamma) = \frac{\gamma^*\Omega}{\Omega}$ (față de prezentarea maximală).

- $LCK + \nabla^g \theta = 0$.

- Proprietăți:

- 1) θ este o formă închisă și este o formă $(1,1)$ pozitivă definită.
- 2) Există o conexiune ∇ pe M varianta LCK compactă astfel încât $\nabla \theta = 0$ și $\nabla g = 0$ și $\nabla \theta = 0$.
- 3) Dacă M este compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită, atunci M este o varietate LCK compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită.
- 4) Dacă M este compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită, atunci M este o varietate LCK compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită.
- 5) Dacă M este compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită, atunci M este o varietate LCK compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită.
- 6) Dacă M este compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită, atunci M este o varietate LCK compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită.
- 7) Dacă M este compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită, atunci M este o varietate LCK compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită.
- 8) Dacă M este compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită, atunci M este o varietate LCK compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită.
- 9) Dacă M este compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită, atunci M este o varietate LCK compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită.
- 10) Dacă M este compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită, atunci M este o varietate LCK compactă și θ este o formă $(1,1)$ pozitivă definită.

- $LCK + \nabla^g \theta = 0$.

- Proprietăți:

- (M, θ) este Killing și $\theta|_{\ker \theta} = 0$.
- Exemple: $(\mathbb{C}P^n, \theta)$ și $(\mathbb{C}P^n, L\theta)$ compacte și $(\mathbb{C}P^n, L\theta)$ non-compacte sunt exemple în n dimensiuni.
- Caracteristicile geometrice și topologice ale acestor spații sunt în general diferite de cele ale spațiilor de referință.
- Dacă (M, θ) este compactă, atunci (M, θ) este un spațiu de Riemann.
- Dacă (M, θ) este compactă și θ este un câmp de vectori, atunci (M, θ) este un spațiu de Riemann.
- Dacă (M, θ) este compactă și θ este un câmp de vectori, atunci (M, θ) este un spațiu de Riemann.
- Dacă (M, θ) este compactă și θ este un câmp de vectori, atunci (M, θ) este un spațiu de Riemann.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.

- Proprietăți:

- 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
- 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
- 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
- 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
- 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
- 6 Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
 - 6 Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
 - 6 Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
 - 6 Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
 - 6 Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
 - 6 Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK $\quad + \quad \nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - ① θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - ② Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - ③ Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - ④ Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - ⑤ $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
 - ⑥ Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
 - 6 Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
 - 6 Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
- Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
- Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

- LCK + $\nabla^g \theta = 0$.
- Proprietăți:
 - 1 θ^\sharp e câmp Killing și real olomorf ($\mathcal{L}_{\theta^\sharp} J = 0$).
 - 2 Reciproc (Kamishima, O): O varietate LCK compactă admite o metrică LCK cu forma Lee paralelă dacă grupul Lie al transformărilor conforme și olomorfe are un subgrup Lie complex de dimensiune 1 care acționează neizometric pe acoperirea Kähler.
 - 3 Dacă $\mathcal{F} := \{\theta^\sharp, J\theta^\sharp\}$ are foi compacte, atunci M/\mathcal{F} e un orbifold kählerian.
 - 4 Dacă θ^\sharp are orbite compacte, atunci M/θ^\sharp e un orbifold sasakian.
 - 5 $\|\theta^\sharp\|^2$ e un potențial global pentru forma Kähler a acoperirii universale.
 - 6 Pe varietăți Vaisman compacte, toate numerele Betti (reali) impare sînt impare.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
 1. M e un spațiu Sasakian compact
 2. M e paralelă
 3. L e izomorfă cu \mathbb{Z} , generată de $(\alpha, \beta) \mapsto (\alpha^2, \beta + \alpha)$, pentru un $\alpha \in \mathcal{A}^1(M)$, $\beta \in \mathcal{H}^1(M)$.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:

$(M, \alpha) \rightarrow (B, \beta)$, $\pi^* \beta = \alpha + \pi^* \gamma$

γ = conexiune

$\pi: \mathbb{R} \times \text{Sasaki} \rightarrow \mathbb{R}$, $\pi^{-1}(t) = \{(t, x) \mid x \in \text{Sasaki}\}$, $\pi^{-1}(t) \cong \text{Sasaki}$

$\pi^{-1}(t) \cong \text{Sasaki}$

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:

$(M, g, \eta) \rightarrow (B, g_B, \eta_B) \rightarrow S^1$

$\eta_B = \eta + \alpha$

α este o formă de \mathbb{Z} -perioadă de $(\mathbb{R}^2, \mathbb{Z}) \rightarrow (\mathbb{R}^2/\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$ pe care se

induce η_B .

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
 - \tilde{M} e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
 - N e sasakiană.
 - Γ e izomorf cu \mathbb{Z} , generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \text{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
 - \tilde{M} e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
 - N e sasakiană.
 - Γ e izomorf cu \mathbb{Z} , generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \text{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
 - 1 \tilde{M} e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
 - 2 N e sasakiană.
 - 3 Γ e izomorf cu \mathbb{Z} , generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \text{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
 - 1 \tilde{M} e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
 - 2 N e sasakiană.
 - 3 Γ e izomorf cu \mathbb{Z} , generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \text{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
 - 1 \tilde{M} e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
 - 2 N e sasakiană.
 - 3 Γ e izomorf cu \mathbb{Z} , generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \text{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
 - 1 \tilde{M} e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
 - 2 N e sasakiană.
 - 3 Γ e izomorf cu \mathbb{Z} , generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \text{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

Teorema de structură (O, Verbitsky)

- Monodromia lui L e izomorfă cu \mathbb{Z} .
- Varietățile Vaisman compacte sînt suspensii peste S^1 cu fibră sasakiană:
 - 1 \tilde{M} e un con $N \times \mathbb{R}_+$, $t^2 g_N + dt^2$
 - 2 N e sasakiană.
 - 3 Γ e izomorf cu \mathbb{Z} , generat de $(x, t) \mapsto (\lambda(x), t + q)$ pentru un $\lambda \in \text{Aut}(N)$, $q \in \mathbb{R}_+$.

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:

$$g = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 |z_i|^2} \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 |dz_i|^2$$

cu potențial $\varphi = \frac{1}{2} \log \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 |z_i|^2$

și $A = \mathbb{C}^* \cdot \varphi$.

- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1} \partial \bar{\partial} \varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
- Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = -\sum_{i=1}^n z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:

$$g = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} dz_i d\bar{z}_i$$

$$g = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} (dx_i^2 + dy_i^2)$$

$$g = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} dz_i d\bar{z}_i$$

$$g = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} dz_i d\bar{z}_i$$

- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1} d\bar{\partial}\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
- Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .

- Metrica LCK construită astfel:

$$g = \frac{1}{|z|^2} \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \frac{z_i \bar{z}_i}{|z|^2} dz_i d\bar{z}_i$$

$$g = \frac{1}{|z|^2} \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \frac{z_i \bar{z}_i}{|z|^2} dz_i d\bar{z}_i$$

$$g = \frac{1}{|z|^2} \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \frac{z_i \bar{z}_i}{|z|^2} dz_i d\bar{z}_i$$

$$g = \frac{1}{|z|^2} \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \frac{z_i \bar{z}_i}{|z|^2} dz_i d\bar{z}_i$$

- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1} \partial \bar{\partial} \varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.

- Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = - \sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.

- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .

- Metrica LCK construită astfel:

$$g = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} (dx_i^2 + dy_i^2)$$

$$\omega = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} (dx_i^2 - dy_i^2) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} dx_i dy_i$$

$$g = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} (dx_i^2 + dy_i^2) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} dx_i dy_i$$

$$g = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} (dx_i^2 + dy_i^2) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} dx_i dy_i$$

$$g = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} (dx_i^2 + dy_i^2) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{|\alpha_i|^2} dx_i dy_i$$

- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1} \partial \bar{\partial} \varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.

- Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = - \sum_{i=1}^n z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.

- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:

- Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^* \varphi = C^{-1} \varphi$.
 - Așadar: $\Omega = \sqrt{-1} \partial \bar{\partial} \varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
 - Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:

- Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^* \varphi = C^{-1} \varphi$.
 - Așadar: $\Omega = \sqrt{-1} \partial \bar{\partial} \varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
 - Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:
 - Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|-1} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
- Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:
 - Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|-1} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
- Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:
 - Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|-1} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
- Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:
 - Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|-1} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
- Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:
 - Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|-1} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
 - Câmpul Lee: $\theta^i = -\sum z_j \log |\alpha_j| \partial z_j$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:
 - Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|-1} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
- Așadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
 - Câmpul Lee: $\theta^{\sharp} = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:
 - Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|-1} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
 - Așadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
 - Câmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:
 - Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|-1} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
 - Așadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
 - Câmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

Exemple de varietăți Vaisman

- Varietăți Hopf diagonale (generalizări ale suprafețelor Hopf de rang 1):

$H_A := \mathbb{C}^n \setminus 0 / \langle A \rangle$ unde $A = \text{diag}(\alpha_i)$ cu

- Structura complexă: proiecție a celei standard de pe \mathbb{C}^n .
- Metrica LCK construită astfel:
 - Fie $C > 1$ o constantă și

$$\varphi(z_1, \dots, z_n) = \sum |z_i|^{\beta_i}, \quad \beta_i = \log_{|\alpha_i|-1} C$$

un potențial pe \mathbb{C}^n .

- Avem $A^*\varphi = C^{-1}\varphi$.
 - Așadar: $\Omega = \sqrt{-1}\partial\bar{\partial}\varphi$ e kähleriană și $\Gamma \cong \mathbb{Z}$ o la transformă prin omotetii olomorfe.
 - Câmpul Lee: $\theta^\sharp = -\sum z_i \log |\alpha_i| \partial z_i$ e paralel.
- Unele suprafețe complexe compacte (lista completă dată de Belgun).

- Unele suprafețe Inoue (Tricerri, Belgun) și generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
 - Suprafețe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
 - Varietăți Hopf nedigonale (va urma...)
 - Exemple necompacte date de J. Renaud.

- Unele suprafețe Inoue (Tricerri, Belgun) și generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
 - Suprafețe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
 - Varietăți Hopf nedigonale (va urma...)
 - Exemple necompacte date de J. Renaud.

- Unele suprafețe Inoue (Tricerri, Belgun) și generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafețe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
 - Varietăți Hopf nedigonale (va urma...)
 - Exemple necompacte date de J. Renaud.

- Unele suprafețe Inoue (Tricerri, Belgun) și generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafețe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
 - Varietăți Hopf nedigonale (va urma...)
 - Exemple necompacte date de J. Renaud.

- Unele suprafețe Inoue (Tricerri, Belgun) și generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafețe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăți Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

- Unele suprafețe Inoue (Tricerri, Belgun) și generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafețe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăți Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

- Unele suprafețe Inoue (Tricerri, Belgun) și generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafețe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăți Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

- Unele suprafețe Inoue (Tricerri, Belgun) și generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafețe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăți Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

- Unele suprafețe Inoue (Tricerri, Belgun) și generalizările lor în dimensiuni superioare (Oeljeklaus-Toma)
- Suprafețe Hopf de rang 0 (Gauduchon-O).
- Varietăți Hopf nediagonale (va urma...)
- Exemple necompacte date de J. Renaud.

- (M, J) e LCK cu potențial dacă admite o acoperire Kähler (\tilde{M}, Ω) cu potențial global $\varphi : \tilde{M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ care satisface condițiile:
 - φ e aplicație proprie (i.e. are mulțimi de nivel compacte).
 - Aplicația de monodromie τ acționează asupra lui φ prin înmulțire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \text{const} \cdot \varphi$.
- Pe varietăți compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu \mathbb{Z} (condiție satisfăcută pe varietăți Vaisman compacte).
- Toate varietățile Vaisman sînt LCK cu potențial, dar nu invers.

- (M, J) e *LCK cu potențial* dacă admite o acoperire Kähler (\tilde{M}, Ω) cu potențial global $\varphi : \tilde{M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ care satisface condițiile:
 - φ e aplicație proprie (i.e. are mulțimi de nivel compacte).
 - Aplicația de monodromie τ acționează asupra lui φ prin înmulțire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \text{const} \cdot \varphi$.
- Pe varietăți compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu \mathbb{Z} (condiție satisfăcută pe varietăți Vaisman compacte).
- Toate varietățile Vaisman sînt LCK cu potențial, dar nu invers.

- (M, J) e *LCK cu potențial* dacă admite o acoperire Kähler (\tilde{M}, Ω) cu potențial global $\varphi : \tilde{M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ care satisface condițiile:
 - ① φ e aplicație proprie (i.e. are mulțimi de nivel compacte).
 - ⊙ Aplicația de monodromie τ acționează asupra lui φ prin înmulțire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \text{const} \cdot \varphi$.
 - Pe varietăți compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu \mathbb{Z} (condiție satisfăcută pe varietăți Vaisman compacte).
 - Toate varietățile Vaisman sînt LCK cu potențial, dar nu invers.

- (M, J) e *LCK cu potențial* dacă admite o acoperire Kähler (\tilde{M}, Ω) cu potențial global $\varphi : \tilde{M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ care satisface condițiile:
 - ① φ e aplicație proprie (i.e. are mulțimi de nivel compacte).
 - ⊙ Aplicația de monodromie τ acționează asupra lui φ prin înmulțire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \text{const} \cdot \varphi$.
 - Pe varietăți compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu \mathbb{Z} (condiție satisfăcută pe varietăți Vaisman compacte).
 - Toate varietățile Vaisman sînt LCK cu potențial, dar nu invers.

- (M, J) e LCK cu potențial dacă admite o acoperire Kähler (\tilde{M}, Ω) cu potențial global $\varphi : \tilde{M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ care satisface condițiile:
 - 1 φ e aplicație proprie (i.e. are mulțimi de nivel compacte).
 - 2 Aplicația de monodromie τ acționează asupra lui φ prin înmulțire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \text{const} \cdot \varphi$.
- Pe varietăți compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu \mathbb{Z} (condiție satisfăcută pe varietăți Vaisman compacte).
- Toate varietățile Vaisman sînt LCK cu potențial, dar nu invers.

- (M, J) e LCK cu potențial dacă admite o acoperire Kähler (\tilde{M}, Ω) cu potențial global $\varphi : \tilde{M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ care satisface condițiile:
 - 1 φ e aplicație proprie (i.e. are mulțimi de nivel compacte).
 - 2 Aplicația de monodromie τ acționează asupra lui φ prin înmulțire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \text{const} \cdot \varphi$.
- Pe varietăți compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu \mathbb{Z} (condiție satisfăcută pe varietăți Vaisman compacte).
- Toate varietățile Vaisman sînt LCK cu potențial, dar nu invers.

- (M, J) e *LCK cu potențial* dacă admite o acoperire Kähler (\tilde{M}, Ω) cu potențial global $\varphi : \tilde{M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ care satisface condițiile:
 - 1 φ e aplicație proprie (i.e. are mulțimi de nivel compacte).
 - 2 Aplicația de monodromie τ acționează asupra lui φ prin înmulțire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \text{const} \cdot \varphi$.
- Pe varietăți compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu \mathbb{Z} (condiție satisfăcută pe varietăți Vaisman compacte).
- Toate varietățile Vaisman sînt LCK cu potențial, dar nu invers.

- (M, J) e *LCK cu potențial* dacă admite o acoperire Kähler (\tilde{M}, Ω) cu potențial global $\varphi : \tilde{M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ care satisface condițiile:
 - 1 φ e aplicație proprie (i.e. are mulțimi de nivel compacte).
 - 2 Aplicația de monodromie τ acționează asupra lui φ prin înmulțire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \text{const} \cdot \varphi$.
- Pe varietăți compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu \mathbb{Z} (condiție satisfăcută pe varietăți Vaisman compacte).
- Toate varietățile Vaisman sînt LCK cu potențial, dar nu invers.

- (M, J) e LCK cu potențial dacă admite o acoperire Kähler (\tilde{M}, Ω) cu potențial global $\varphi : \tilde{M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ care satisface condițiile:
 - 1 φ e aplicație proprie (i.e. are mulțimi de nivel compacte).
 - 2 Aplicația de monodromie τ acționează asupra lui φ prin înmulțire cu o constantă: $\tau(\varphi) = \text{const} \cdot \varphi$.
- Pe varietăți compacte, (1) e echivalentă cu grupul deck izomorf cu \mathbb{Z} (condiție satisfăcută pe varietăți Vaisman compacte).
- Toate varietățile Vaisman sînt LCK cu potențial, dar nu invers.

Proprietăți

- Clasa varietăților LCK cu potențial, compacte, e stabilă la mici deformări.
 - Dacă M este o varietate Riemanniană (C[∞] sau C^1), există un operator linear ne degenerat, care LCK cu potențial. E o generalizare a reprezentării Kähler (non-Voisin) de rang 1.
- O varietate LCK cu potențial, compactă, de dimensiune ≤ 3 , admite o scufundare olomorfa (în general neizometrică) într-o varietate Hopf.
 - O varietate Voisino compactă admite o scufundare olomorfa (în general neizometrică) într-o varietate Hopf diagonală.

Proprietăți

- Clasa varietăților LCK cu potențial, compacte, e stabilă la mici deformări.
 - În consecință: varietățile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potențial. E o generalizare a suprafețelor Hopf (non-Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potențial, compactă, de dimensiune ≤ 3 , admite o scufundare olomorfa (în general neizometrică) într-o varietate Hopf.
- O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfa într-o varietate LCK cu potențial într-o varietate Hopf diagonală.

Proprietăți

- Clasa varietăților LCK cu potențial, compacte, e stabilă la mici deformări.
 - În consecință: varietățile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potențial. E o generalizare a suprafețelor Hopf (non-Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potențial, compactă, de dimensiune ≤ 3 , admite o scufundare olomorfa (în general neizometrică) într-o varietate Hopf.
 - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfa într-o varietate Hopf dacă și numai dacă este un produs Hopf diagonal.

Proprietăți

- Clasa varietăților LCK cu potențial, compacte, e stabilă la mici deformări.
 - În consecință: varietățile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potențial. E o generalizare a suprafețelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potențial, compactă, de dimensiune ≤ 3 , admite o scufundare olomorfa (în general neizometrică) într-o varietate Hopf.

Proprietăți

- Clasa varietăților LCK cu potențial, compacte, e stabilă la mici deformări.
 - În consecință: varietățile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potențial. E o generalizare a suprafețelor Hopf (non–Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potențial, compactă, de dimensiune ≤ 3 , admite o scufundare olomorfa (în general neizometrică) într-o varietate Hopf.

Proprietăți

- Clasa varietăților LCK cu potențial, compacte, e stabilă la mici deformări.
 - În consecință: varietățile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potențial. E o generalizare a suprafețelor Hopf (non-Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potențial, compactă, de dimensiune ≤ 3 , admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într-o varietate Hopf.
 - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într-o varietate Hopf diagonală.

Proprietăți

- Clasa varietăților LCK cu potențial, compacte, e stabilă la mici deformări.
 - În consecință: varietățile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potențial. E o generalizare a suprafețelor Hopf (non-Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potențial, compactă, de dimensiune ≤ 3 , admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într-o varietate Hopf.
 - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într-o varietate Hopf diagonală.

Proprietăți

- Clasa varietăților LCK cu potențial, compacte, e stabilă la mici deformări.
 - În consecință: varietățile Hopf $(\mathbb{C}^N \setminus 0)/\Gamma$, cu Γ ciclic, generat de un operator linear *nediagonal*, este LCK cu potențial. E o generalizare a suprafețelor Hopf (non-Vaisman) de rang 0.
- O varietate LCK cu potențial, compactă, de dimensiune ≤ 3 , admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într-o varietate Hopf.
 - O varietate Vaisman compactă admite o scufundare olomorfă (în general neizometrică) într-o varietate Hopf diagonală.

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
 - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson și Jacobi; cf. Banyaga, de León etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
 $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numește *clasa Morse–Novikov*.
 - E analog clasei \mathbb{Z} -ciclic.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
 - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson și Jacobi; cf. Banyaga, de León etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
 $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numește *clasa Morse–Novikov*.
 - E analog clasei \mathbb{Z} -ciclic.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
 - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson și Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
[ω] $\in H_\theta^2(M)$ se numește *clasa Morse–Novikov*.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
 - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson și Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
 $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numește *clasa Morse–Novikov*.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

Coomologie Morse–Novikov pe varietăți LCK

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
 - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson și Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
 $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numește *clasa Morse–Novikov*.
 - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
 - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson și Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
 $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numește *clasa Morse–Novikov*.
 - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
 - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson și Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
 $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numește *clasa Morse–Novikov*.
 - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
 - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson și Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
 $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numește *clasa Morse–Novikov*.
 - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

Coomologie Morse–Novikov pe varietăți LCK

- Asociată operatorului $d_\theta := d - \theta$. Din $d\theta = 0$ rezultă $d_\theta^2 = 0$. O notăm $H_\theta^*(M)$.
 - Mai e numită coomologie Lichnerowicz–Poisson (în geometria Poisson și Jacobi; cf. Banyaga, de Leon etc.).
- E clar că $d_\theta\omega = 0$.
 $[\omega] \in H_\theta^2(M)$ se numește *clasa Morse–Novikov*.
 - E analogul clasei Kähler.
- Coomologia sistemului local L se identifică în mod natural cu coomologia complexului Morse–Novikov $(\Lambda^*(M), d_\theta)$ (Novikov).

- Coomologia Morse–Novikov a varietăților Vaisman compacte e banală.
 - Consecință a Teoremei de structură.
 - Fusese deja demonstrat pentru varietăți local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăți LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafețe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăți Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

- Coomologia Morse–Novikov a varietăților Vaisman compacte e banală.
 - Consecință a Teoremei de structură.
 - Fusese deja demonstrat pentru varietăți local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăți LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafețe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăți Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

- Coomologia Morse–Novikov a varietăților Vaisman compacte e banală.
 - Consecință a Teoremei de structură.
 - Fusese deja demonstrat pentru varietăți local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
 - Dar: există varietăți LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafețe Inoue (Banyaga, 2008).
 - Mai general: pe varietăți Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

- Coomologia Morse–Novikov a varietăților Vaisman compacte e banală.
 - Consecință a Teoremei de structură.
 - Fusese deja demonstrat pentru varietăți local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
 - Dar: există varietăți LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafețe Inoue (Banyaga, 2008).
 - Mai general: pe varietăți Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

- Coomologia Morse–Novikov a varietăților Vaisman compacte e banală.
 - Consecință a Teoremei de structură.
 - Fusese deja demonstrat pentru varietăți local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăți LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafețe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăți Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

- Coomologia Morse–Novikov a varietăților Vaisman compacte e banală.
 - Consecință a Teoremei de structură.
 - Fusese deja demonstrat pentru varietăți local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăți LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafețe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăți Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

- Coomologia Morse–Novikov a varietăților Vaisman compacte e banală.
 - Consecință a Teoremei de structură.
 - Fusese deja demonstrat pentru varietăți local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăți LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafețe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăți Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

- Coomologia Morse–Novikov a varietăților Vaisman compacte e banală.
 - Consecință a Teoremei de structură.
 - Fusese deja demonstrat pentru varietăți local conform simplectice care admit o metrică compatibilă cu forma Lee paralelă (de Leon, Lopez, Marrero, Padron).
- Dar: există varietăți LCK non–Vaisman cu clasa Morse–Novikov nenulă: suprafețe Inoue (Banyaga, 2008).
- Mai general: pe varietăți Vaisman compacte, clasa Morse–Novikov a *oricărei* forme LCK se anumează. Mai precis:

Teorema 1

Fie M o varietate Vaisman compactă, $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, ω_1 o formă LCK (nu neapărat Vaisman) și θ_1 forma sa Lee.

Atunci θ_1 e coomoloagă cu forma Lee a unei metrici Vaisman și clasa Morse–Novikov a lui ω_1 e nulă.

Coomologie Bott–Chern pe varietăți complexe

- Principala problemă pe varietăți non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\bar{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\bar{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \cap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\bar{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\operatorname{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

● Pe varietăți compacte, $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M) \cong H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M) \implies$ lema $\partial\bar{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăți complexe

- Principala problemă pe varietăți non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\bar{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\bar{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \cap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\bar{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\operatorname{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

• Pe varietăți compacte, $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M) \cong \mathbb{C}^n$ \implies lema $\partial\bar{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăți complexe

- Principala problemă pe varietăți non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\bar{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\bar{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \cap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\bar{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\operatorname{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

Coomologie Bott–Chern pe varietăți complexe

- Principala problemă pe varietăți non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\bar{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\bar{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M)$ sînt

$$\frac{\ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M)\right) \cap \ker\left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\bar{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M)\right)}{\operatorname{im}\left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M)\right)}$$

Coomologie Bott–Chern pe varietăți complexe

- Principala problemă pe varietăți non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\bar{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\bar{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M)$ sînt

$$\frac{\ker \left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M) \right) \cap \ker \left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\bar{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M) \right)}{\operatorname{im} \left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \right)}$$

• Pe varietăți compacte, $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M) \cong H_{\bar{\partial}}^{p,q}(M) \iff$ lema $\partial\bar{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăți complexe

- Principala problemă pe varietăți non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\bar{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\bar{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M)$ sînt

$$\frac{\ker \left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M) \right) \cap \ker \left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\bar{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M) \right)}{\operatorname{im} \left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \right)}$$

• Pe varietăți compacte, $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M) \cong H_{\bar{\partial}}^{p,q}(M) \iff$ lema $\partial\bar{\partial}$ globală.

Coomologie Bott–Chern pe varietăți complexe

- Principala problemă pe varietăți non–Kähler: nu satisfac lema $\partial\bar{\partial}$ globală.
- Se consideră complexul Bott–Chern:

$$\longrightarrow \Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial\oplus\bar{\partial}} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M) \longrightarrow$$

- Grupurile lui de coomologie $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M)$ sînt

$$\frac{\ker \left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial} \Lambda^{p+1,q}(M) \right) \cap \ker \left(\Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\bar{\partial}} \Lambda^{p,q+1}(M) \right)}{\operatorname{im} \left(\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial\bar{\partial}} \Lambda^{p,q}(M) \right)}$$

- Pe varietăți compacte, $H_{\partial\bar{\partial}}^{p,q}(M) \cong H_{\bar{\partial}}^{p,q}(M) \iff$ lema $\partial\bar{\partial}$ globală.

- Același complex, dar pentru d_θ :

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H_{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta}^{p,q}(M) \cong H_{\partial \bar{\partial}}^{p,q}(M, L)$.
- $[\omega] \in H_{\partial \bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$ se numește clasă Bott–Chern.

- Același complex, dar pentru d_θ :

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H_{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta}^{p,q}(M) \cong H_{\partial \bar{\partial}}^{p,q}(M, L)$.
- $[\omega] \in H_{\partial \bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$ se numește clasă Bott–Chern.

- Același complex, dar pentru d_θ :

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H_{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta}^{p,q}(M) \cong H_{\partial \bar{\partial}}^{p,q}(M, L)$.
- $[\omega] \in H_{\partial \bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$ se numește clasă Bott–Chern.

- Același complex, dar pentru d_θ :

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H_{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta}^{p,q}(M) \cong H_{\partial \bar{\partial}}^{p,q}(M, L)$.
- $[\omega] \in H_{\partial \bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$ se numește clasă Bott–Chern.

- Același complex, dar pentru d_θ :

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H_{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta}^{p,q}(M) \cong H_{\partial \bar{\partial}}^{p,q}(M, L)$.
- $[\omega] \in H_{\partial \bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$ se numește clasă Bott–Chern.

- Același complex, dar pentru d_θ :

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H_{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta}^{p,q}(M) \cong H_{\bar{\partial}}^{p,q}(M, L)$.
- $[\omega] \in H_{\partial \bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$ se numește clasă Bott–Chern.

- Același complex, dar pentru d_θ :

$$\Lambda^{p-1,q-1}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p,q}(M) \xrightarrow{\partial_\theta \oplus \bar{\partial}_\theta} \Lambda^{p+1,q}(M) \oplus \Lambda^{p,q+1}(M)$$

- Grupurile de coomologie sînt $H_{\partial_\theta \bar{\partial}_\theta}^{p,q}(M) \cong H_{\partial \bar{\partial}}^{p,q}(M, L)$.
- $[\omega] \in H_{\partial \bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$ se numește clasă Bott–Chern.

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:
 1. Clasa Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
 2. Sînt două LCK ω_1, ω_2 care echivalează prin la potențial (pot fi acoperite de $\tilde{M} \rightarrow M \rightarrow \mathbb{C}P^1$ cu ω_1 și ω_2 automorf).

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:
 1. Clasa Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
 2. Sînt două LCK ω_1, ω_2 care echivalează prin la potențial (pot să aparțină la același \mathbb{C}^* -clasă de potențiale).

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:

1. Clasa Bott–Chern $[\omega_1] = [\omega_2]$ în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$.

2. Sînt două LCK ω_1, ω_2 care sînt echivalente în raport cu potențialul.

3. $\omega_1 - \omega_2$ este o formă Lee θ cu potențial nul.

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:

• Clasa Bott–Chern $[\omega_1] = [\omega_2]$ în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$.

• \exists funcție LCK $\psi: M \rightarrow \mathbb{R}$ care satisface $\omega_1 = \omega_2 + \partial\bar{\partial}\psi$.

• \exists funcție $\psi: M \rightarrow \mathbb{R}$ care satisface $\omega_1 = \omega_2 + \partial\bar{\partial}\psi$.

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:

1. $[\omega_1] = [\omega_2]$ în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

2. $\omega_1 - \omega_2$ este exact în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

3. $\omega_1 - \omega_2$ este exact în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

4. $\omega_1 - \omega_2$ este exact în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

5. $\omega_1 - \omega_2$ este exact în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

6. $\omega_1 - \omega_2$ este exact în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:

1. $[\omega_1] = [\omega_2]$ în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

2. $\omega_1 - \omega_2$ este exact în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

3. $\omega_1 - \omega_2$ este exact în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

4. $\omega_1 - \omega_2$ este exact în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

5. $\omega_1 - \omega_2$ este exact în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:
 - Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
 - Structurile LCK ω_1 și ω_2 sînt echivalente pînă la potențial (pe acoperirea Kähler, $\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2 = \partial\bar{\partial}\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:
 - Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
 - Structurile LCK ω_1 și ω_2 sînt echivalente pînă la potențial (pe acoperirea Kähler, $\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2 = \partial\bar{\partial}\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:
 - 1 Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
 - 2 Structurile LCK ω_1 și ω_2 sînt echivalente pînă la potențial (pe acoperirea Kähler, $\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2 = \partial\bar{\partial}\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrici LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:
 - 1 Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
 - 2 Structurile LCK ω_1 și ω_2 sînt echivalente pînă la potențial (pe acoperirea Kähler, $\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2 = \partial\bar{\partial}\varphi$ cu φ automorfă).

Semnificația clasei Bott–Chern

- $[\omega] = 0 \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) \Leftrightarrow \tilde{M}$ admite un potențial *automorf*.
 - $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L) = 0$ rezultă din anularea lui $H^1(M, L)$ și a lui $H_{\theta}^2(M)$ (mai ușor de controlat).
- Astfel: Dacă clasa Bott–Chern a unei varietăți LCK M se anulează și monodromia lui L e \mathbb{Z} , atunci M e LCK cu potențial (va fi generalizat).
- Dacă ω_1, ω_2 sînt metrice LCK cu aceeași formă Lee θ , atunci următoarele condiții sînt echivalente:
 - 1 Clasele Bott–Chern a lui ω_1, ω_2 sînt egale.
 - 2 Structurile LCK ω_1 și ω_2 sînt echivalente pînă la potențial (pe acoperirea Kähler, $\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2 = \partial\bar{\partial}\varphi$ cu φ automorfă).

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
- Structurile LCK pe o varietate complexă de dimensiune $2n$ sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:

- un câmp Kähler pe \mathbb{R}^n
- un câmp de vectori paralel
- un câmp de vectori simetric
- un câmp de vectori simetric aliniat
- câmpul de vectori simetric aliniat este simetric în jurul unei linii
- câmpul de vectori simetric aliniat este simetric în jurul unei linii
- câmpul de vectori simetric aliniat este simetric în jurul unei linii

- Structurile LCK pe o varietate complexă sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
 - 1 o clasă Bott–Chern în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$;
 - 2 alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(\tilde{M})_\chi / \ker(\partial\bar{\partial})$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
 - 1 o clasă Bott–Chern în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$;
 - 2 alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(\tilde{M})_\chi / \ker(\partial\bar{\partial})$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
 - 1 o clasă Bott–Chern în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$;
 - 2 alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(\tilde{M})_\chi / \ker(\partial\bar{\partial})$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
 - 1 o clasă Bott–Chern în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$;
 - 2 alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(\tilde{M})_\chi / \ker(\partial\bar{\partial})$

Analogie între Kähler e LCK

- Structurile Kähler pe o varietate complexă sînt determinate de:
 - 1 o clasă Kähler în $H^{1,1}(M)$;
 - 2 alegerea unei metrici Kähler în această clasă Kähler, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(M)/\text{const.}$
- Structurile LCK pe o varietate complexă *cu structură conformă fixată* sînt determinate de:
 - 1 o clasă Bott–Chern în $H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M, L)$;
 - 2 alegerea unei metrici LCK cu clasa Bott–Chern prescrisă, obținută alegînd un element într-un con modelat local pe $C^\infty(\tilde{M})_x / \ker(\partial\bar{\partial})$

Teorema 2

Orice varietate LCK compactă cu clasă Bott–Chern nulă admite o metrică LCK cu potențial.

Deci, dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci M se scufundă într-o varietate Hopf.

- Conjectură (ținând cont și de Teorema 1): Fie M o varietate Vaisman pe care există și o altă formă LCK ω_1 (nu neapărat Vaisman). Atunci clasa Bott–Chern a lui ω_1 e nulă. Echivalent, ω_1 e o structură LCK cu potențial.

Teorema 2

Orice varietate LCK compactă cu clasă Bott–Chern nulă admite o metrică LCK cu potențial.

Deci, dacă $\dim_{\mathbb{C}} M \geq 3$, atunci M se scufundă într-o varietate Hopf.

- Conjectură (ținând cont și de Teorema 1): Fie M o varietate Vaisman pe care există și o altă formă LCK ω_1 (nu neapărat Vaisman). Atunci clasa Bott–Chern a lui ω_1 e nulă. Echivalent, ω_1 e o structură LCK cu potențial.

- **Problema 1**

Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2-formă hermitiană ω cu forma Lee θ , și toate clasele Morse–Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- Problema 2

Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK și $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulțimea claselor $[\omega] \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M)$ astfel încât $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- Problema 3

Există o leună $\partial\bar{\partial}$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?

- **Problema 1**

Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2-formă hermitiană ω cu forma Lee θ , și toate clasele Morse–Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- Problema 2

Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK și $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulțimea claselor $[\omega] \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M)$ astfel încât $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- Problema 3

Există o lemnă $\partial\bar{\partial}$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?

- **Problema 1**

Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2-formă hermitiană ω cu forma Lee θ , și toate clasele Morse–Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- **Problema 2**

Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK și $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulțimea claselor $[\omega] \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M)$ astfel încât $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- **Problema 3**

Există o lemnă $\partial\bar{\partial}$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?

- **Problema 1**

Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2-formă hermitiană ω cu forma Lee θ , și toate clasele Morse–Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- **Problema 2**

Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK și $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulțimea claselor $[\omega] \in H_{\partial\bar{\partial}}^{1,1}(M)$ astfel încât $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- **Problema 3**

Există o lemnă $\partial\bar{\partial}$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?

- **Problema 1**

Să se determine toate 1-formele θ pentru care există o 2-formă hermitiană ω cu forma Lee θ , și toate clasele Morse–Novikov care pot fi realizate de forme LCK.

- **Problema 2**

Fie M o varietate complexă compactă care admite o metrică LCK și $[\theta] \in H^1(M)$ clasa ei Lee. Să se determine mulțimea claselor $[\omega] \in H_{\partial\theta\bar{\partial}\theta}^{1,1}(M)$ astfel încât $[\omega]$ e clasa Bott–Chern a unei structuri LCK cu clasă Lee $[\theta]$.

- **Problema 3**

Există o leamnă $\partial\theta\bar{\partial}\theta$ globală (măcar în anumite dimensiuni)?